

①

① Diyelim ki, C , üretici matrisi $(I_n | A)$ olan bir doğrusal kod olsun; öyle ki I_n ile $n \times n$ 'lik birim matris, A ile de $A = A^T$ 'yi sağlayan bir matris gösteriliyor olsun. Gösteriniz ki $C = C^\perp$ dir.

② Diyelim ki C ve D uzunlukları aynı olan iki \mathbb{F}_q -doğrusal kod olsun. $C + D$ ile

$C + D := \{ c + d : c \in C, d \in D \}$
kümelerini gösterelim. Gösteriniz ki $C + D$ doğrusal koddur ve $(C + D)^\perp = C^\perp \cap D^\perp$ sağlanır.

③ Aşağıda verilen iddialardan her birinin doğru olup olmadıklarını belirleyiniz.

(a) Eğer C ve D , uzunlukları aynı olan iki doğrusal kod ise, $C \cap D$ de bir \mathbb{F}_q -doğrusal koddur.

(b) Eğer C ve D , uzunlukları aynı olan iki \mathbb{F}_q -doğrusal kod ise, $C \cup D$ de bir \mathbb{F}_q -doğrusal koddur.

(c) Eğer $S = \{v_1, v_2, v_3\} \subseteq \mathbb{F}_q^n$ ve $C = \langle S \rangle$ ise $\dim_{\mathbb{F}_q} C = 3$ olur.

(d) Eğer $S = \{v_1, v_2, v_3\} \subseteq \mathbb{F}_q^n$ ve $C = \langle S \rangle$ ise, $d(C) = \min \{ wt(v_1), wt(v_2), wt(v_3) \}$ olur.

(2)

(e) Eğer C ve D \mathbb{F}_q -doğrusal kodları için $C \subseteq D$ ise,
 $D^\perp \subseteq C^\perp$ olur.

(4) Parametreleri $[n, n-1, 2]$ olan tüm ikili doğrusal kodları belirleyiniz.

(5) Aşağıda verilen her bir küme tarafından üretilen doğrusal kodların üreteç matrislerini, eşlik kontrol matrislerini hesaplayın ve her bir kodun $[n, k, d]$ parametrelerini belirleyin

(a) $q=2$, $S = \{1000, 0110, 0010, 0001, 1001\}$

(b) $q=3$, $S = \{110000, 011000, 001100, 000110, 000011\}$

(c) $q=2$, $S = \{10101010, 11001100, 11110000, 01100110, 00111100\}$

(6) \mathbb{F}_2^3 'ün sözcüklerine A, C, D, E, G, I, N, O mesajlarını eşleştiren tablo aşağıdaki gibidir:

000	100	010	001	110	101	011	111
A	C	D	E	G	I	N	O

Diyelim ki, C , üreteç matrisi

$$G = \begin{pmatrix} 10101 \\ 01011 \\ 00011 \end{pmatrix}$$

olan bir doğrusal olsun. G 'yi kullanarak "ENCODING" mesajını kodlayınız.

(7) Aşağıdaki her bir noktada, bir C ikili kodu için G üreteç matrisi verilmiştir. Her bir nokta için, C ikili koduna denk bir C' ikili kodu için standart formda G' üreteç matrisi yazınız.

(3)

(8) Bir k uzunluklu C ikili koduna şu şekilde info ekliyoruz:
Her $(a, b, c, d) \in \mathbb{F}_2^4$ için 8 bitlik $(a, b, c, d, w, x, y, z) \in C$
sözcüğü için
 $w = ab+bc$, $x = ab+cd$, $y = ac+cd$, $z = bc+cd$
biçimindedir.

(i) Gösteriniz ki, C bir doğrusal koddur;

(ii) C için bir sıçama matrisi ve bir eşlik denetleme matrisi
yazınız;

(iii) Gösteriniz ki C tam üç hata bulur ve tam bir
hata düzeltilen koddur.

(iv) Gösteriniz ki C kendine-dual bir koddur.

(9) Gösteriniz ki denklemler doğrusal kodlar her zaman aynı uzunluk,
boyut ve minimum uzaklığa sahiptir.

(10) Aşağıdaki her bir şekilde verilen eşlik denetleme matrisine
sahip olan C doğrusal kodunun minimum uzaklığını belirleyiniz

(a) $H = \begin{pmatrix} 0111000 \\ 1110100 \\ 1100010 \\ 1010001 \end{pmatrix}$

(b) $H = \begin{pmatrix} 1101000 \\ 1010100 \\ 0110010 \\ 1100001 \end{pmatrix}$

(11) Diyelim ki, $n > 4$ ve H , uzunluğuna n olan bir C doğrusal
kodunun eşlik denetleme matrisi olsun. Diyelim ki H 'nin
sütunları birbirinden farklı ve her bir sütunun sıfırdan farklı
olsun. Gösteriniz ki C 'nin minimum uzaklığı en az 4 olur.

(12) Aşağıdaki her bir q -lu doğrusal kodun kosetlerini listeleyiniz.

(a) $q=3$ ve $C_3 = \{0000, 1010, 2020, 0101, 0202, 1111, 1212, 2121, 2222\}$

(b) $q=2$ ve $C_2 = \{00000, 10001, 01010, 11011, 00100, 10101, 01110, 11111\}$

(13) Diyelim ki H , bir C doğrusal kodunun eşlik denetleme matrisi olsun. Gösteriniz ki sendromu v olan bir koset ağırlığı t olan bir vektör içermesi için gerek ve yeter koşul v vektörünün H 'nin t tane sütununun doğrusal birleşimi biçiminde yazılabileceğidir.

(14) Diyelim ki $C \subseteq \mathbb{F}_q^n$, minimum uzaklığı d olan bir doğrusal kod olsun. Diyelim ki d çift olsun. Gösteriniz ki $e = \lfloor (d-1)/2 \rfloor$ olmak üzere C 'nin en az bir koseti, ağırlığı $e+1$ olan iki vektör içerir.

(15) Gösteriniz ki $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ matrisi, 12. alıptırma da verilen C_3 kodunun eşlik denetleme matrisidir; $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ matrisi de 12. alıptırma da verilen C_2 kodu için eşlik denetleme matrisidir. Bu eşlik denetleme matrisleri yardımıyla ve tam kod çözme kuralını kabul ederek C_2 ve C_3 kodları için sendrom tabloları oluşturunuz.

(16) Diyelim ki C ikili doğrusal kodunun eşlik denetleme matrisi

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

olsun. C için bir üçler matris yazınız ve C 'nin tüm kod-sözcüklerini listeleyiniz; Aşağıdaki sözcükleri çözünüz

(a) 110110 (b) 011011 (c) 101010