

MSGSÜ

Mat315

Final

10.08.2018

Süre: 30 dk.

İsim: \_\_\_\_\_

No: \_\_\_\_\_

Sınavda toplam 40 puanlık 7 soru var.

Soru	1	2	3	4	5	6	7	Toplam
Puan	10	5	5	5	5	5	5	40
Kazanılan								

1. (10 Puan) Aşağıdaki verilen her bir şıkta, boş bırakılan yerlere uygun ifadeyi yazınız.
- (a) Verilen  $H_1$  ve  $H_2$  halkaları için  $H_1$ 'den  $H_2$ 'ye bir halka homomorfizması, her  $a, b \in H_1$  için  
(i)  $\dots d(a+b) = d(a) + d(b) \dots$   
(ii)  $\dots d(ab) = d(a) \cdot d(b) \dots$   
koşullarını gerçekleyen bir  $\varphi : H_1 \rightarrow H_2$  tasviridir.
- (b) Verilen bir  $R$  halkasının bir  $\mathcal{I}$  alt-halkası, eğer her  $r \in R$  ve  $s \in \mathcal{I}$  için  $rs \dots \in \mathcal{I} \dots$  koşulunu sağlıyorsa, o zaman  $\mathcal{I}$ 'ya  $R$  halkasının bir sağ-idealidir denir;  $\dots sr \dots \in \mathcal{I} \dots$  koşulunu sağlıyorsa, o zaman  $\mathcal{I}$ 'ya  $R$  halkasının bir sol-idealidir denir. Eğer  $\mathcal{I}$ ,  $R$  halkasının hem sağ-ideali, hem de sol-ideali ise,  $\mathcal{I}$ 'ya  $\dots R$ 'nin  $\dots$  bir  $\dots$  ideali  $\dots$  dir denir.
- (c) Bir  $F$  cismi verilsin. Eğer  $F$ 'nin karakteristiği 0 ise, o zaman  $F$ 'nin asal alt-cismi,  $\dots \mathbb{Q} \dots$  ile izomorfiktir; eğer  $F$ 'nin karakteristiği bir  $p$  asal sayısıysa, o zaman  $F$ 'nin asal alt-cismi  $\dots \mathbb{Z}_p \dots$  ile izomorfiktir.
- (d) bir  $H$  halkasının bir  $a \neq 0$  elemanına bir sıfır bölendir denir, şayet  $\dots b \neq 0 \dots$  olacak şekilde bir  $b \in H$  için  $\dots a \cdot b = 0 \dots$  sağlanıyorsa.
2. (5 Puan) Aşağıdakilerden hangileri birimli halka olup, değişmeli halka değildir?  
A)  $M_2(\mathbb{Z})$  B)  $M_2(2\mathbb{Z})$  C)  $\{f \mid f : \{1, 2, 3\} \rightarrow M_2(\mathbb{Z}) \text{ fonksiyondur}\}$  D)  $\{0, 2, 4\} \leq \mathbb{Z}_6$

CEVAP: A, C

3. (5 Puan) Aşağıdakilerden hangileri  $\mathbb{Q}$  rasyonel sayılar cisminin alt-halkalarıdır?
- (a) Paydası tek-sayı olan rasyonel sayılar (sadeleşmiş biçimde);  
(b) Paydası çift-sayı olan rasyonel sayılar (sadeleşmiş biçimde);  
(c) Negatif olmayan rasyonel sayılar;  
(d) Tam-kare rasyonel sayılar;  
(e) Payı tek-sayı olan rasyonel sayılar (sadeleşmiş biçimde);  
(f) Payı çift-sayı olan rasyonel sayılar (sadeleşmiş biçimde).

CEVAP: a, b, f

4. (5 Puan) Hangileri  $M_2(\mathbb{Z})$  halkasından  $\mathbb{Z}$  halkasına bir homomorfizmdir?

- (a)  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto a$
- (b)  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto a + d$  (matrisin izi)
- (c)  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto ad - bc$  (matrisin determinanı)

CEVAP Hiçbiri

5. (5 Puan) Aşağıdakilerden hangileri  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ 'nin idealidir?
- (a)  $\{(a, a) : a \in \mathbb{Z}\}$
- (b)  $\{(2a, 2b) : a, b \in \mathbb{Z}\}$
- (c)  $\{(2a, 0) : a \in \mathbb{Z}\}$
- (d)  $\{(a, -a) : a \in \mathbb{Z}\}$

CEVAP: b, c

6. (5 Puan) Bir  $\varphi : R_1 \rightarrow R_2$  halka homomorfizmasıyla ilgili aşağıdakilerden hangileri doğrudur?
- (a)  $\varphi(0_{R_1}) = 0_{R_2}$
- (b)  $\varphi(n \cdot a) = n \cdot \varphi(a)$  (her  $n \in \mathbb{Z}$  ve her  $a \in R_1$  için );
- (c) çek $\varphi$ ,  $R_1$ 'in bir *alt-halkasıdır*;
- (d)  $\varphi(R_1)$ ,  $R_2$ 'nin bir idealidir.

CEVAP: a, b, c

7. (5 Puan) Bir  $R$  esas idealler bölgesi ile ilgili aşağıdakilerden hangileri her zaman doğrudur?
- (a) Karakteristiği sıfırdan farklıdır;
- (b) Her ideali asal idealdir;
- (c) Her asal ideal, aynı zamanda maksimal idealdir;
- (d) Her maksimal ideal, aynı zamanda asal idealdir;
- (e) eğer  $P$  asal idealse, o zaman  $R/P$  cisimdir;
- (f) Tek türlü çarpanlarına ayrılış bölgesidir.

CEVAP: c, d, e, f