Çalışma Soruları

1. Aşağıdaki eşitliklerin doğru olduğunu gösteriniz:

a. $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$

b. $\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0$

c. $\sum_{k=0}^{n} 2^k \binom{n}{k} = 3^n$.

2. $(2x-3y)^{200}$'ün açılımında $x^{101}y^{99}$ teriminin katsayılarını bulunuz.

3. n ve k tamsayılar ve $1 \leq k \leq n$ olmak üzere $\binom{n}{k} \leq n^k/2^{k-1}$ olduğunu gösteriniz.

4. n ve r pozitif tamsayılar olmak üzere

$$\sum_{k=0}^{r} \binom{n+k}{k} = \binom{n+r+1}{r}$$

sağlandığını gösteriniz. (İpucu: Pascal kuralını kullanınız.)

5. a ve b tamsayıları için $b > 0$ olsun. O zaman $2b \leq r < 3b$ olmak üzere $a = bq + r$ eşitliğini sağlayan tek türlü belirli q ve r tamsayıları olduğunu gösteriniz.

6. Eğer bir tamsayı aynı anda hem bir tamsayının karesi hem de bir tamsayının kübü ise $7k$ veya $7k+1$ biçiminde olması gerektiğini gösteriniz.

7. Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a. Her $n \geq 3$ için n basamaklı $1000\ldots$ biçimindeki tamsayıların 4 ile bölünmesinden kalanın sıfır olması gerektiğini gösteriniz.

b. Her $n \geq 2$ için n basamaklı $11\ldots11$ biçimindeki tamsayıların 4 ile bölünmesinden kalanın 3 olması gerektiğini tümevarım yöntemiyle gösteriniz. (İpucu: $k+1$ basamaklı $11\ldots11$ sayısı k basamaklı $11\ldots11$ sayısı ile $k+1$ basamaklı $1000\ldots$ sayısının toplamıdır.)

c. $11, 111, 1111, 11111, \ldots$ dizisindeki hiçbir terimin bir tam kare ifade olamayacağını gösteriniz.