

1. Aşağıdaki formülleri tümevarım yoluyla kanıtlayınız.

a. Her $n \geq 1$ için $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$.

b. Her $n \geq 1$ için $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$.

c. Her $n \geq 6$ için $n! > n^3$.

2. Bir doğal sayının kübünün iki karesel sayının farkı olarak yazılabileceğini gösteriniz. (İpucu: 1. sorunun (b) şikkını kullanabilirsiniz).

3. Kuvvetli tümevarım yoluyla her $n \geq 1$ için

$$a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + a^{n-2} + a^{n-3} + \dots + a + 1)$$

olduğunu kanıtlayınız.

4. $1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2)$ ifadesi için bir formül bulunuz ve bu formülü tümevarım kullanarak kanıtlayınız.